新課程を受けての高校数学教育勉強会

文責　松江市立第三中学校　栢植　守

１　ねらい

・統計に関わる研究発表についての意見交換をしたり、数学 B の「統計的な推測」の教科書の内容を輪読したりして、統計に対する見識を深める。
・「統計的な推測」の単元の授業実践のビデオを事前に視聴し、意見交換をし、授業力の向上を図る。

２　メンバー

〇松江市立第三中学校　教諭　栢植　守（つげ　まもる）
　岡山理科大学　教授　中川重和（なかがわ　しげかず）
　東京学芸大学附属小金井中学校　教諭　中逸　空（なかいつ　そら）
　島根県立隠岐島前高等学校　教諭　内田勇貴（うちだ　ゆうき）
　　教諭　小林顕史（こばやし　けんし）
　　講師　日高史和（ひだか　みわ）
　　講師　高村渉太（たかむら　しょうた）
　　講師　中西勇太（なかにし　ゆうた）
　山口県立岩国高等学校　教諭　河内宏顕（こうち　ひろあき）
　山口県立下関南高等学校　教諭　五十嵐正晴（いがらし　まさはる）
　山口県立高森高等学校　教諭　李　信恵（り　のぶえ）

３　日時と研修内容（すべて、ZOOM 上で実施）

第１回　令和５年　１月２１日（土）１４：００～１６：００
　統計的な推測の内容の研究発表と研究協議
　山口県立下関南高等学校（当時は山口県立山口農業高等学校西市分校）の五十嵐正晴先生の「ソーシャルゲームにおけるガチャの排出確率について～統計的仮説検定を用いた考察～」研究発表を聞き、研究協議を行う。

第２回　令和５年　２月１９日（日）１８：００～２０：００
　統計的な推測の単元の内容の確認１
　「標本調査と確率分布」
　　数件出版　新編　数学 B の教科書の内容を確認しながら授業の際に生徒がつまずきそうなことやその時の指導のポイントについて話し合った。

第３回　令和５年　３月１８日（土）１４：００～１６：００
　統計的な推測の単元の内容の確認２
　「確率分布、正規分布」

第４回　令和５年　４月１６日（日）１８：００～２０：００
　統計的な推測の単元の内容の確認３
　「正規分布、母集団の分布」

第５回　令和５年　５月１３日（土）１７：００～１９：００
　統計的な推測の単元の内容の確認４
　「標本平均の分布、母平均の推定」

第６回　令和５年　６月１０日（土）１４：００～１６：００
　統計的な推測の単元の内容の確認５
　「仮説検定の方法」

第７回　令和５年　７月１７日（月）１４：００～１６：００
　統計的な推測の単元の授業検討１
　「標準正規分布を利用する理由を自分の言葉で説明できる」
　　統計的な推測の授業実践のビデオを事前に視聴し、意見交換をした。

第８回　令和５年　８月２６日（土）１４：００～１６：００
　統計的な推測の単元の授業検討２
　「母集団の標本平均の期待値・標準偏差の関係性を実験を通して理解する」

第９回　令和５年　９月１８日（月）１４：００～１６：００
　統計的な推測の単元の授業検討３
　「母平均に対する信頼度 95%の信頼区間」の意味を理解する」

第１０回　令和５年１０月１５日（日）１３：００～１５：００
　統計的な推測の単元の授業検討４
　　「仮説検定の考え方を理解する」

統計分野の内容の改善・充実に対応した指導力向上のための取り組みについて

隠岐島前高等学校数学科

１　はじめに

学習指導要領解説（文部科学省，2018）では，「また，社会生活などの様々な場面において，必要なデータを収集して分析し，その傾向を踏まえて課題を解決したり意思決定をしたりすることが求められており，そのような資質・能力を育成するため，統計的な内容等の改善・充実を図った。」(p.6) とある。数学Bにおける統計的な推測の単元の重要性が増していることから、その指導力向上のために本校の数学科教員が参加した学習会の様子とそこで扱った授業実践、それらの成果と今後の展開について紹介する。

２　学習会について

統計的な推測の単元の指導経験が少ないことから令和 5 年 1 月から月１回のペースでオンライン学習会を開き、統計の理解を深めるための学習と指導についての情報交換を行った。参加者は本校教員 5 名、山口県高校教員 3 名、岡山県大学教員、島根県中学校教員、東京都中学校教員（詳細は後述６）である。本学習会の最大の特徴としてオンラインツールを活用したことにより、地域と校種の垣根を越えて学びを深めることのできる取り組みであることが挙げられる。

各回の活動内容について、第 1 回から第 6 回までは教科書の内容を確認しながら授業の際に生徒がつまずきそうなことやその時の指導のポイントについて話し合った。第 7 回から第 10 回までは実際の授業案を考え、本校の小林顕史教諭による実践を撮影し、動画を共有して意見交換を行った。

本稿の執筆時までに撮影した各授業の目標は以下のとおりである。

第 7 回　標準正規分布を利用する理由を自分の言葉で説明できる

第 8 回　母集団の標本平均の期待値・標準偏差の関係性を実験を通して理解する

第 9 回　「母平均に対する信頼度 95%の信頼区間」の意味を理解する

第 10 回　仮説検定の考え方を理解する

３　授業実践について

第 7 回の授業（資料 1）では理論的な内容を詳しく扱いすぎたために生徒が理解しきれない状況であった。この回の振り返りとして学習会では、「文系の生徒でも統計の手法を使いこなすことが重要であるため理論の理解と統計の活用のバランスを考える必要がある」といった意見があげられた。このことについては学習指導要領解説（文部科学省，2018）においても、「確率の理論を統計に応用し，正規分布を用いた区間推定と仮説検定の方法を理解できるようにする。さらにそれらを通して，母集団の特徴や傾向を推測し判断したり，標本調査の方法や結果を批判的に考察したりする力を養う。なお，これらの内容については理論的な取扱いに深入りせず，具体的な例を工夫したりコンピュータなどの情報機器を用いる

などして確率分布の考えや統計的な推測の考えを理解できるようにする。」(p.105) とあるとおり、重要な視点であると考える。以下、この視点を踏まえて考えた第 8 回の授業について詳述する。

〇授業展開

時刻	活　動　内　容
00	目標を確認する。 「母集団の標本平均の期待値・標準偏差の関係性を実験を通して理解する」
03	トランプを 13 枚ずつ（1 から 13 まで 1 枚ずつ）もらう。
05	実験の手順を知る。 ・復元無作為抽出によりトランプを 1 枚ずつ 4 回引く。 （非復元抽出との違いも確認する。） ・標本の値を共有されたスプレッドシート（資料 2）に記録する。 ・これを 10 回繰り返す。
13	個人で実験をする。
27	全体で母平均と母標準偏差の確認をする。
30	個人で標本平均の期待値・標準偏差と母平均・母標準偏差の関係性について考察する。
35	ペアで考察した内容を共有する。
37	全体で考察した内容を共有する。
40	標本平均の標準偏差が母標準偏差より小さくなる理由を考える。
43	教科書の標本平均の期待値・標準偏差の式を確認し、実験値と比較する。
45	ＳＧＲＡＰＡを使って標本平均の分布を見る。（教員が演示）
48	まとめ・振り返りをする。

〇生徒の感想

・完全に運なのに、結果がある程度計算で予想できちゃうのがすごいと思った。
・自分たちの考えたことと数式が近くておもしろいと思った。実際にやってみたので理解しやすかった。
・出てくる標準偏差は母標準偏差に近くなると思っていたが、一度平均にしてから出したら標準偏差が小さくなるのは納得できた。
・ヒストグラムで可視化したときに結果通りの形になってて面白いと思った。
・思ったよりもばらつきがあった。40 回もやったのでみんな同じくらいになると思った。
・具体例を出して行うとやっぱり分かりやすく理解しやすい。標本平均の標準偏差が母標準偏差の 1/2 なのがイメージつかない。取り出す割合でも変わるイメージ。
・４回ずつの平均ではなくて、回数をもっと多くしたらどうなるのか気になった。
・トランプに限らず、すべてにおいて同じことが起こるのか知りたい。

４　成果

〇学習会について

・学習会については月１回、休日に私的に行ったものであったが、負担感はなかった。
・中学から大学までの教員が参加したことで、統計教育について一気通貫の指導法を検討することができた。
・指導経験の少ない内容について授業をすることは不安であるが、事前に学習や相談をすることができたことで自信をもって授業をすることができた。
・教員の年齢層が低い本校のような学校では特に有意義な取り組みであった。

〇統計の指導について

・第 8 回の授業における生徒の感想にもあるとおり、統計分野の指導においては実験など具体的な操作を組み込んだ指導が有効であると実感した。
・生徒が体験的に理解できたことにより、標本平均の標準偏差と母標準偏差の関係性や式との対応について想定を上回る考察ができていたことが印象的であった。
・第 8 回の感想より、試行回数を増やすことや、他の事象に適応させることができるのかを考えるといった統計において大切な視点を生徒にもたせることができたのはよかった。また、生徒の疑問をもとに乱数を用いて回数を増やしたシミュレーションを行うなど、次時以降の授業展開に変化を加えることで生徒の探究心を養えると感じた。

５　今後の展開

・継続して統計学に関する理解を深め、指導観を養いたい。また、統計を探究学習や他の教科で活用できるようなカリキュラムマネジメントを考えていきたい。
・統計学が数学の教科書に組み込まれているものの他の単元との性質の違いを意識し、今後も活用を重視した教材研究を行いたい。
・統計分野をきっかけとして始めた学習会であったが、この縁を大切にして他の分野についても情報交換を続けることで指導力の向上を図りたい。

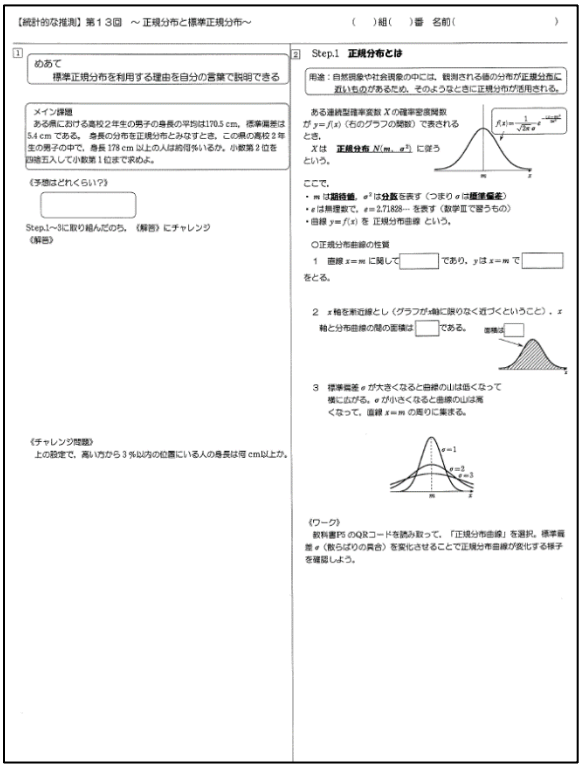
６　本校以外の学習会参加者

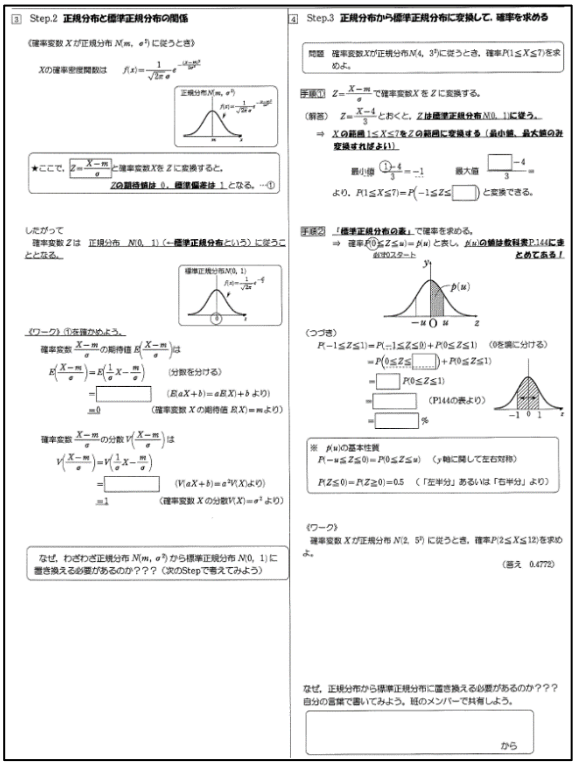
・岡山理科大学　中川重和教授
・山口県立岩国高等学校　河内宏顕教諭
・山口県立下関南高等学校　五十嵐正晴教諭
・山口県立高森高等学校　李信恵教諭
・松江市立第三中学校　柘植守教諭
・東京学芸大学附属小金井中学校　中逸空教諭

参考文献

文部科学省（2018）高等学校学習指導要領（平成 30 年告示）解説数学編理数編、学校図書
数研出版株式会社編集部　新編　数学 B、数研出版

○資料１





○資料２

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1																
2	１人目	1	2	3	4											
3		6	4	6	10	6.5	←４枚の平均	各回の平均の期待値						7.175		
4		7	2	9	7	6.25		各回の平均の標準偏差						1.56544		
5		10	9	1	7	6.75										
6		11	4	10	13	9.5										
7		11	5	8	3	6.75										
8		3	4	5	8	5										
9		11	10	8	11	10										
10		8	7	12	8	8.75										
11		5	3	10	7	6.25										
12		1	10	8	5	6										
13	２人目	1	2	3	4											
14		8	8	5	9	7.5	←４枚の平均	各回の平均の期待値						6.725		
15		8	12	5	12	9.25		各回の平均の標準偏差						2.10193		
16		7	5	9	11	8										
17		3	7	11	4	6.25										
18		3	3	11	3	5										
19		8	13	10	7	9.5										
20		6	2	3	6	4.25										
21		3	3	10	4	5										
22		9	6	12	9	9										
23		2	6	1	5	3.5										

ソーシャルゲームにおけるガチャの排出確率について　～統計的仮説検定を用いた考察～

五十嵐（いがらし）　正晴（まさはる）

§1. はじめに

ある生徒が教室で，次のような発言をしていた。

「あのガチャの確率，絶対におかしい！」

ソーシャルゲームにおける“ガチャ”とは，電子的なくじであり，抽選によってゲーム内で使用可能な仮想的なアイテムを取得することができる仕組みである。このガチャにおいては，各アイテムの排出確率が設定されており，希少価値の高いアイテムは，その確率が 0.01 (1%) のものや 0.001 (0.1%) のものなどがある。

思い返せば，私が高校生であった 6 年前にも似たような会話は頻繁にされていたように思う。確かに，排出確率が 0.01 であるとき，100 回引けば 1 回当たることを直感的に期待する。これは，期待値が 1 であることだけではなく，くじ引きでしばしば使用される“新井式廻轉抽選機”（以下ガラガラという）の影響も少なからずあるのではないだろうか。ガラガラでは，引いたものが除外されるため，次のことが成り立つ。

当たりの玉が 1 個，はずれの玉が $(n-1)$ 個，合計 n 個の玉が入ったガラガラがある。このガラガラを n 回引くとき，少なくとも 1 回は当たるという事象を A とすると，$P(A)=1$ である。

では，引いたものが除外されないガチャの場合はどうだろうか。新学習指導要領では，数学Ｂ「統計的な推測」の学習内容として「仮説検定を扱うこと」になっている。また，数学Ⅰ「データの分析」の学習内容においても，仮説検定の考え方を扱うことになっている。本稿では，仮説検定を用いてガチャの排出確率と排出個数の関係性を検討し，冒頭の生徒の発言について考察する。

§2. 排出確率の表記について

ガチャの確率表記が，本来の確率より高く記載されている場合，景品表示法第五条第二号違反（有利誤認）となる。当然，そのようなことは通常ないと考えられるが，平松綾子教授の研究（〔3〕）におけるアンケート調査結果から，ガチャの確率表記自体を信用していないユーザーは多いことがわかる。

このアンケート調査結果には，確率論と統計学が混同されていることが根底にあると推察される。得られた事実から考察する統計学の考え方を，そのまま確率論に適用してしまうことにより，確率表記が誤っているという結論を安易に導いてしまうのではないだろうか。排出確率が 0.01 であるとき，100 回引けば 1 回当たることが期待されるが，少なくとも 1 回当たる確率は約 0.63 である。

§3. 仮説検定

本稿では，有意水準 α を 0.01 とし，二項分布 $B(n,\ p)$ に従う確率変数 X は，$np>5$ かつ $nq>5$ のとき，近似的に正規分布 $N(np,\ npq)$ に従うものとする。ただし，$q=1-p$ である。

さて，冒頭の発言について詳細を尋ねたところ，排出確率 0.006 のあるキャラクター c を狙って 300 回もガチャを引いたが，一度も当たらなかったことで憤慨していたようである。$0.006=\dfrac{3}{500}$ であることから，排出確率が誤っていると言いたくなる気持ちは理解できる。果たして，統計学的に考えて排出確率が誤っていると言えるのだろうか。条件を満たすために，850 回ガチャを引いて，一度もあるキャラクター c が当たらなかった場合を考える。

帰無仮説 H_0 を「排出確率は 0.006 である」とし，対立仮説 H_1 を「排出確率は 0.006 より小さい」と

する。ガチャを850回引いたとき，排出されたcの個数をTとすると，Tは確率変数であり，二項分布$B\left(850,\ \dfrac{3}{500}\right)$に従う。$850\cdot\dfrac{3}{500}>5$ かつ $850\cdot\left(1-\dfrac{3}{500}\right)>5$ であるから，Tは近似的に正規分布$N\left(850\cdot\dfrac{3}{500},\ 850\cdot\dfrac{3}{500}\cdot\left(1-\dfrac{3}{500}\right)\right)$に従う。

また，$R=\dfrac{T}{850}$ とすると，Rは近似的に正規分布

$N\left(\dfrac{3}{500},\ \dfrac{\dfrac{3}{500}\left(1-\dfrac{3}{500}\right)}{850}\right)$に従う。

$Z=\dfrac{R-\dfrac{3}{500}}{\sqrt{\dfrac{\dfrac{3}{500}\left(1-\dfrac{3}{500}\right)}{850}}}$ とすると，Zは近似的に標準正規分布$N(0,\ 1)$に従う。

$R=0$ を代入すると

$$Z=\frac{0-\dfrac{3}{500}}{\sqrt{\dfrac{\dfrac{3}{500}\left(1-\dfrac{3}{500}\right)}{850}}}\fallingdotseq -2.27$$

標準正規分布表より，$P(Z\leqq -2.33)\fallingdotseq 0.01$ であり，$-2.27>-2.33$ であるから，H_0は棄却されない。したがって，「排出確率は0.006より小さい」ということはできない。

では逆に，何回このガチャを引いて一度もあるキャラクターcが当たらなければ，H_0を棄却できるだろうか。

nは $\dfrac{3}{500}n>5$ かつ $\left(1-\dfrac{3}{500}\right)n>5$ を満たす自然数，すなわち $n\geqq 834$ を満たす自然数とする。先ほどのZについて，850をnに置き換えると

$$Z=\frac{0-\dfrac{3}{500}}{\sqrt{\dfrac{\dfrac{3}{500}\left(1-\dfrac{3}{500}\right)}{n}}}=-3\cdot\sqrt{\frac{n}{1491}}$$

$Z\leqq -2.33$ を解くと　$n\geqq\dfrac{81270633}{90000}$

これを満たす最小の自然数は，$n=904$ である。

したがって，このガチャを904回以上引いて一度もあるキャラクターcが当たらなかったとき，H_0は棄却され，「排出確率は0.006より小さい」と言える。300回程度ではまだ試行回数が全然足りないという残酷な結果が出てしまったのだ。

余談ではあるが，このガチャを1回引くためには，約280円が必要であった。有償で904回以上引くためには，約253,120円以上必要となる。

§4. まとめ

昨今の数学教育においては，日常生活への関連づけが常に模索されている。大学入学共通テストをはじめとして，日常生活と関連づけた問題を目にする機会が多々あるが，日常生活における課題を数学的な視点で捉えて解決するというより，数学的な視点を日常生活に取り入れて作成された問題を解かされている側面が強いように感じる。これは，作問自体を否定する主張ではなく，日常生活に関連づけようとすると，どうしてもそうなってしまうように感じるという主張であり，日常生活と関連づけた作問を次々とされている作問者の方々には敬意を表したい。

本稿で検討した内容は，まさに生徒の日常生活で発生した困りを数学的な視点で問題解決に向かわせるものではないだろうか。実際に，生徒らが各々頻繁に利用しているソーシャルゲームにおいても同様の検討をするよう促したところ，計算に四苦八苦しながらも目を輝かせながら解き進め，結果に対してあれこれと議論を繰り広げたり私に質問をしたりと，アクティブ･ラーニングを行っていた。数学を日常生活に関連づけるよさというのは，こういったところに存在しているのではないだろうか。

《参考文献》

〔1〕「高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説【数学編　理数編】」 文部科学省

〔2〕「不当景品類及び不当表示防止法（昭和37年法律第134号）」 消費者庁

〔3〕「ランダム型アイテム提供における確率表記によるユーザの行動変化」 平松綾子　著（第10回横幹連合コンファレンス）

（山口県　山口農業高等学校西市分校）