

統計の概念を習得するための 授業実践事例

授業ごとに素朴な実験やICTの利用を積み重ねて

鳥取県立米子西高等学校 指導教諭
奥田 俊一郎

0

【課題意識】

「統計的な推測」の指導が難しい

■統計を使いたい場面は、学校の学習場面でも多い。

@本校（鳥取県立 米子西高校）の例

総探「米子市の課題解決」

※「RESAS（経産省・地域経済分析システム）」を
活用し、統計的に分析・提案する術を学ぶ。（1年生）

1

1

「統計的な推測」の指導が難しい

(生徒にとって)

面白いのだけど、教科書を読み解くことが難しい

(例)

あるさいころを 600 回投げたら 1 の目が 120 回出た。
このさいころの 1 の目が出る確率は $1/6$ といえる？

二項分布 → 正規分布 → 区間推定 → 仮説検定

2

2

■ 正規分布の定義

→ どう説明する？

- ・ 「連続型確率変数」
の次がこれ。(唐突)
- ・ 「e」って何？

◎ 以下、教科書

数研出版「高等学校 数学B」
より引用

B 正規分布

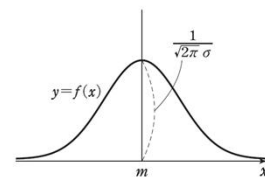
連続型確率変数の分布の代表的なものに、正規分布と呼ばれる分布がある。自然現象や社会現象の中には、観測される値の分布が正規分布に近いものがあり、このとき正規分布が有効に利用される。

m を実数、 σ を正の実数とする。このとき、関数

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

は、連続型確率変数 X の確率密度関数となることが知られている。このとき、 X は 正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うという^{*}。ここで、 e は無理数の定数で、 $e = 2.71828\cdots$ である。

曲線 $y = f(x)$ を 正規分布曲線 という。



正規分布について、次のことが知られている。^{**}

正規分布に従う確率変数の期待値、標準偏差

確率変数 X が正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うとき

期待値は $E(X) = m$

標準偏差は $\sigma(X) = \sigma$

3

3

- 区間推定など 「**大きいとき・・・みなすことができる**」
 → どこから大きい？ 「知られている」？

B 標本平均の分布と正規分布

標本平均 $\bar{X}$ の分布について、前ページで述べた性質以外に、次の性質があることが知られている。

標本平均の分布

母平均 m 、母標準偏差 σ の母集団から抽出された大きさ n の無作為標本について、標本平均 $\bar{X}$ は、 n が大きいとき、近似的に正規分布 $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ に従うとみなすことができる。

4

4

「面白いのだけど、教科書を読み解くことが難しい」

【目的】教科書にある概念を、実感をもって理解し習得

【作戦】

1 コマの授業の中で「実験→考察→まとめ・概念理解」

☆ 素朴で小さな実験を たくさん繰り返して・・・

- 「なぜ？」の考察 → **概念理解**（表面的でなく）
- 興味を引く実験 → **意欲喚起・実感をもつ**
- 実験の経験 → **批判的に考察する態度の育成**

5

5

【作戦】

！コマの授業の中で「実験→考察→まとめ・概念理解」

【留意点】

！コマ完結。実験は素朴に、集計はICT利用。

生徒：chromebook 所持、Google Classroom は慣れている。

発表は、その事例から1つ報告。

(他は資料参照)

6

6

標本平均の分布と、母平均の推定へ 【資料3 (3)】

標本平均 $\bar{X}$ の確率分布と母集団分布の関係を調べてみよう。

母平均 m 、母標準偏差 σ の母集団から、復元抽出によって大きさ n の無作為標本を抽出し、それらの変数 x の値を $X_1, X_2, \dots, X_n$ と各 X_i は、どれも大きさ 1 の標本で、母集団分布に従う確率変数で

$$E(X_1) = E(X_2) = \dots = E(X_n) = m$$

$$\sigma(X_1) = \sigma(X_2) = \dots = \sigma(X_n) = \sigma$$

したがって $E(\bar{X}) = E\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right)$

$$= \frac{1}{n} [E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n)]$$

$$= \frac{1}{n} \cdot nm = m$$

また、復元抽出の場合、 $X_1, X_2, \dots, X_n$ は互いに独立な確率変数であるから

$$V(\bar{X}) = V\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{n^2} [V(X_1) + V(X_2) + \dots + V(X_n)]$$

$$= \frac{1}{n^2} \cdot n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad \leftarrow V(X_1) = V(X_2) = \dots = V(X_n) = \sigma^2$$

よって $\sigma(\bar{X}) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \leftarrow \sigma > 0 \text{ に注意}$

これまでのことをまとめると、次のことがいえる。

標本平均の期待値と標準偏差

母平均 m 、母標準偏差 σ の母集団から大きさ n の無作為標本を抽出するとき、その標本平均 $\bar{X}$ の期待値 $E(\bar{X})$ と標準偏差 $\sigma(\bar{X})$ は

$$E(\bar{X}) = m, \quad \sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

B 標本平均の分布と正規分布

標本平均 $\bar{X}$ の分布について、前ページで述べたことが知られている。

標本平均の分布

母平均 m 、母標準偏差 σ の母集団から抽出された

標本について、標本平均 $\bar{X}$ は、 n が大きいとき

$N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ に従うとみなすことができる。

D 大数の法則

92 ページで述べた「標本平均の分布」

について、 $\sigma = 10$ として、

$$n = 100, 300, 900$$

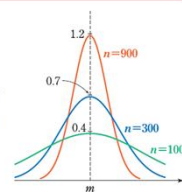
の各場合に対して、近似される正規分布

$N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ を図示すると、右の図のようになる。

この図からわかるように、 n が大きくなればなるほど、 $\bar{X}$ の分布は母平均 m の近くに集中する。

一般に、標本の大きさ n を限りなく大きくしていくと、標本平均 $\bar{X}$ の分布を近似する正規分布の標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ は、限りなく 0 に近づき、 $\bar{X}$ の分布は母平均 m の近くに限りなく集中する。すなわち、 $\bar{X}$ が m に近い値をとる確率が 1 に近づく。

次の事実を、**大数の法則** という。



149 ページ
大数の法則

大数の法則

母平均 m の母集団から大きさ n の無作為標本を抽出するとき、 n が大きくなるに従って、その標本平均 $\bar{X}$ はほとんど確実に母平均 m に近づく。

7

7

標本平均の分布と、母平均の推定へ 【資料3（3）】

【実験】袋に、数のかかれたカードが何枚か入っている。
袋の中のカードすべての数の平均を推測しよう。

（手順）

ア 無作為にカードを1枚選び記録して戻す。4 回行う。

イ 4 個の数の平均を計算し、Google Forms で回答。

→ これを何回か繰り返す。

@袋の中身は秘密。 実は、13 が 4 枚、17 が 4 枚。

8

8

標本平均の分布と、母平均の推定へ

標本平均の実験

- ① 袋の中から無作為に（よく混ぜて）カードを1枚取って、数字を記録し、袋に戻す。これを4回繰り返す。
- ② 4個の数字の平均を計算（手計算でもChromebookでも）。
- ③ 平均を入力して、送信。
- ④ ①に戻る。これを繰り返す。

* 必須の質問です

平均値（例 13.8、14.0） ※半角数字で入力！ *
小数第1位まで答える。小数第2位を四捨五入。 例 15.666→15.7 25→25.0

回答を入力

送信

フォームをクリア

Google フォームでパスワードを送信しないでください。

このフォームは鳥取県教育委員会 内部で作成されました。 - フォームのオーナーに問い合わせる

このフォームが不審だと思われる場合 報告

Google フォーム

250124標本平均

質問 回答 16 設定

このフォームでは回答を受け付けていません。 管理

18 件の回答

スプレッドシートにリンク

要約

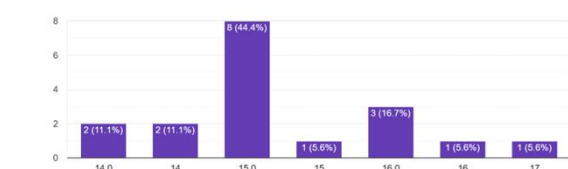
質問

個別

平均値（例 13.8、14.0） ※半角数字で入力！

グラフをコピー

18 件の回答



9

9

標本平均の分布と、母平均の推定へ

【実験】袋から無作為にカード1枚を選ぶ。

4回繰り返し、4個の数の平均を計算。

【実験結果】

標本平均	13	14	15	16	17	計
回答数	0	4	9	4	1	18

□袋の中身を見て、母平均15を確認。

□実験結果が母平均を中心に集まっていること、さらに、

「標本を大きくすれば、母平均 $\div$ 標本平均」を感じる。

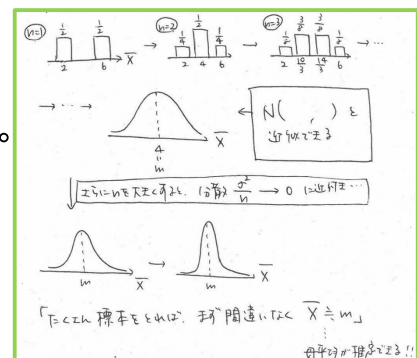
□同時に「母集団、(非)復元抽出、標本平均」などを定義。

10

10

標本平均の分布と、母平均の推定へ 【3 (3)】

- ①袋の中身「2が100枚、6が100枚」
→標本の大きさが1, 2, 3, 4の場合に
標本平均の平均, 分散, 標準偏差を計算。
さらに公式にまとめる。
- ②標本平均の分布の比較や、公式を通して
「標本数を大きくすればするほど、
分布は『狭くて高い山』」を理解。



◎「標本平均の平均」の意味や
母平均の推定の理解がスムーズだった。

11

11

標本平均の分布と、母平均の推定へ 【3 (3)】

前回の復習 (計算は1-1に)

例 ② のカード100枚、⑥のカード100枚を母集団とする。

(1) 母集団分布は、次の通り

X	2	4	6	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

(2) 母平均 m , 母分散 σ^2 , 母標準偏差 σ を求めよ。

(3) 「母集団から n 回の無作為標本を、復元抽出により作る」

標本平均 $\bar{X}$ とする。

① $n=2$ のときの $\bar{X}$ の確率分布?

1回目	2回目	$\bar{X}$
2	2	$\bar{X}=2$
2	4	$\bar{X}=3$
2	6	$\bar{X}=4$
4	2	$\bar{X}=3$
4	4	$\bar{X}=4$
4	6	$\bar{X}=5$
6	2	$\bar{X}=4$
6	4	$\bar{X}=5$
6	6	$\bar{X}=6$

平均 $E(\bar{X})$? 分散 $V(\bar{X})$?

② $n=3$ のときの $\bar{X}$ の確率分布、平均 $E(\bar{X})$, 分散 $V(\bar{X})$?

③ どうなるかなにか? も

平均 $E(\bar{X}) =$, 分散 $V(\bar{X}) =$

(例 3.95)

例の意味

母集団 母平均 m , 母分散 σ^2

$\downarrow$ n 回の標本

標本平均 $\bar{X}$ は いよいよ出てくる!! n が増える

① $n=2$ $\rightarrow$ ② $n=3$ $\rightarrow$ ③ $n=4$ $\rightarrow$...

$\rightarrow$... $\rightarrow$ $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ と近づく!!

$\downarrow$ $\bar{X}$ に m が近づく!! 分散 $\frac{\sigma^2}{n} \rightarrow 0$ (分散が小さくなる!!)

$\bar{X}$ $\rightarrow$ $\bar{X}$

「 n が増えるほど $\bar{X}$ は m に近づく!!」

母平均 m が推定できる!!

12

12

【他の事例】 (資料参照)

(1) 二項分布の定義・性質と、仮説検定の有意水準の意味

(実験) 選択肢3つ $\times$ 10問のテストをあてずっぽうで解答

(2) 二項分布の特徴と、正規分布の導入

(実験) さいころを投げて偶数の目の回数をカウント

(4) 母平均の推定

(実験) 1人5個ずつランダムに整数を挙げ、80人分集約。

- ・集めた400個の平均を、20人=100個で推測可能?
- ・集めた400個に偏りはないといえる?

(5) 仮説検定

(実験) さいころを何回も投げて目を記録。

さいころは不良品かどうか判定を。

13

13

「面白いのだけど、教科書を読み解くことが難しい」

【目的】教科書にある概念を，実感をもって理解し習得

【作戦】

1 コマの授業の中で「実験→考察→まとめ・概念理解」

☆ 素朴で小さな実験を たくさん繰り返して・・・

- 「なぜ？」の考察 → 概念理解（表面的でなく）
- 興味を引く実験 → 意欲喚起・実感をもつ
- 実験の経験 → 批判的に考察する態度の育成

14

14

【成果と課題】

- ① 概念理解 ／ 意欲喚起・実感をもつ
→ いずれも成功と思う。

- @ 評価が不十分 → 評価方法の検討
（「指導と評価の一体化」の観点）

15

15

【成果と課題】

② 1コマ完結 → 生徒の習熟状況へ臨機対応が可能

@全体のストーリー性は薄れた。

→ 「**単元を貫く課題**」の作成が可能か？

例「あるさいころを600回投げたら、1の目が120回出た。

このさいころの1の目が出る確率は1/6といえる？」で、単元を通せるか？

→ 可能ならば、生徒はその課題に沿った概念の獲得、
「PPDACサイクル」の獲得につながるはず。

16

16

【成果と課題】

① 概念理解 ／ 意欲喚起・実感をもつ

② 1コマ完結

③ 意見交換を鳥取県公立学校の関心ある先生方で実施。

→ 全県での統計指導のレベルアップに。

※身に付けさせたい感覚の整理 と 数学的裏付けの必要

17

17

統計の概念を習得するための 授業実践事例

授業ごとに素朴な実験や I C T の利用を積み重ねて

ご清聴ありがとうございました。

2025/9/7 「統計・データサイエンス力向上のための授業に係る優秀事例表彰
(公益財団法人統計情報研究開発センター) 2024 年度受賞者記念講演」

18

〔補足 授業教材〕（内容は配布資料参照）

【3（1）】二項分布の定義と，仮説検定での有意水準の意味

2-7数学B 統計3^10_1
(奥田担当クラス)

okuda_su@g.torikyo.ed.jp アカウントを切り替える

* 必須の質問です

メール *

☐ 送信に表示するメールアドレスとして okuda_su@g.torikyo.ed.jp を記憶する

番号 *

選択

10 ポイント

	1	2	3
1	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐

このフォームは 員和岡教育委員会 内部で作成されました。 不正行為の報告

Google フォーム

19

19

〔補足 授業教材〕（内容は配布資料参照）

【3（1）】二項分布の定義と、仮説検定での有意水準の意味

二項分布 スプレッドシート
(1) $B(10, \frac{1}{2})$

母集団の大きさ n 10
確率 p 0.333 $\left(\left(\frac{1}{3} \right) \right)$ $\left(\left(\frac{1}{2} \right) \right)$ などのように入力

正解数 m	m 回正解する確率	m 回以上正解する確率
0	0.021	1.000
1	0.087	0.983
2	0.195	0.896
3	0.280	0.761
4	0.298	0.441
5	0.137	0.213
6	0.057	0.077
7	0.015	0.020
8	0.003	0.003
9	0.000	0.000
10	0.000	0.000
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		
31		
32		
33		
34		

(2) $B(40, \frac{1}{2})$

母集団の大きさ n 40
確率 p 0.500 $\left(\left(\frac{1}{2} \right) \right)$ $\left(\left(\frac{1}{2} \right) \right)$ などのように入力

正解数 m	m 回正解する確率	m 回以上正解する確率
0	0.000	1.000
1	0.000	1.000
2	0.000	1.000
3	0.000	1.000
4	0.000	1.000
5	0.000	1.000
6	0.000	1.000
7	0.000	1.000
8	0.000	1.000
9	0.000	1.000
10	0.001	1.000
11	0.002	0.999
12	0.005	0.997
13	0.011	0.992
14	0.021	0.981
15	0.037	0.965
16	0.057	0.923
17	0.081	0.866
18	0.103	0.785
19	0.119	0.682
20	0.125	0.563
21	0.119	0.437
22	0.103	0.318
23	0.081	0.215
24	0.057	0.134
25	0.037	0.077
26	0.021	0.040
27	0.011	0.019
28	0.005	0.008
29	0.002	0.003
30	0.001	0.001
31	0.000	0.000
32	0.000	0.000
33	0.000	0.000
34	0.000	0.000

20

20

〔補足 授業教材〕（内容は配布資料参照）

【3（2）】二項分布の特徴と、正規分布の導入

④ 正規分布をどのように導入・定義するか？

→目標を「二項分布の確率を正規分布表で求める」

（問） 次の（ア）と（イ）の確率は、どちらが大きい？ 同じ？

（ア）さいころを 5 回投げて、偶数の目が 4 回以上出る

（イ）さいころを 20 回投げて、偶数の目が 16 回以上出る

④ （ア）と（イ）の確率が同程度と予想する生徒が多数。

【実験】さいころを投げて、偶数の目の回数をカウント

21

21

〔補足 授業教材〕（内容は配布資料参照）

【3（2）】二項分布の特徴と、正規分布の導入

【実験】

さいころを投げて、
偶数の目の回数をカウント。

→ Google Forms で回答

2-5 数B 20回さいころを投げて、偶数の目は・・・

okuda_su@g.torikyo.ed.jp アカウントを切り替える

* 必須の質問です

メール *

☐ 返信に表示するメールアドレスとして okuda_su@g.torikyo.ed.jp を記録する

偶数の目が出た回数を回答 *

選択

送信 フォームをクリア

このフォームは鳥取県教育委員会 内部で作成されました。・フォームのオーナーに問い合わせる

このフォームが不審だと思われる場合 報告

Google フォーム

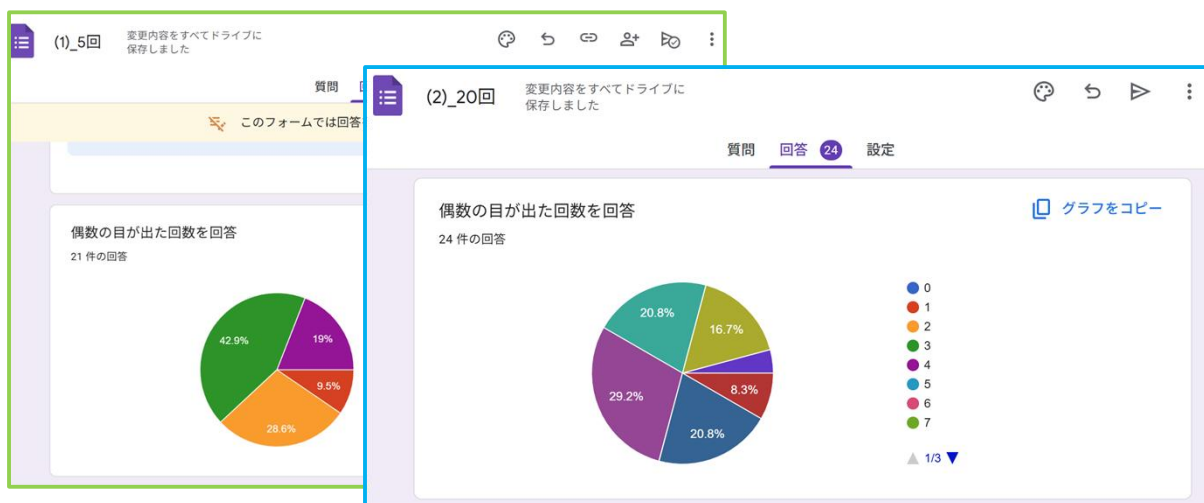
22

22

〔補足 授業教材〕（内容は配布資料参照）

【3（2）】二項分布の特徴と、正規分布の導入

【実験】さいころを投げて、偶数の目の回数をカウント



23

23

〔補足 授業教材〕（内容は配布資料参照）

【3（2）】二項分布の特徴と、正規分布の導入

【実験】さいころを投げて、偶数の目の回数をカウント

【実験結果】

(ア) 5 回中 4 回以上は割合 $\frac{5}{22} \div 22.7\%$

偶数の回数	0	1	2	3	4	5	計
回答数	0	2	6	9	5	0	22

(イ) 20 回中 16 回以上は割合 0

※その他の偶数の回数は、回答数 0

偶数の回数	8	9	10	11	12	13	計
回答数	2	5	7	5	4	1	24

24

24

〔補足 授業教材〕（内容は配布資料参照）

【3（2）】二項分布の特徴と、正規分布の導入

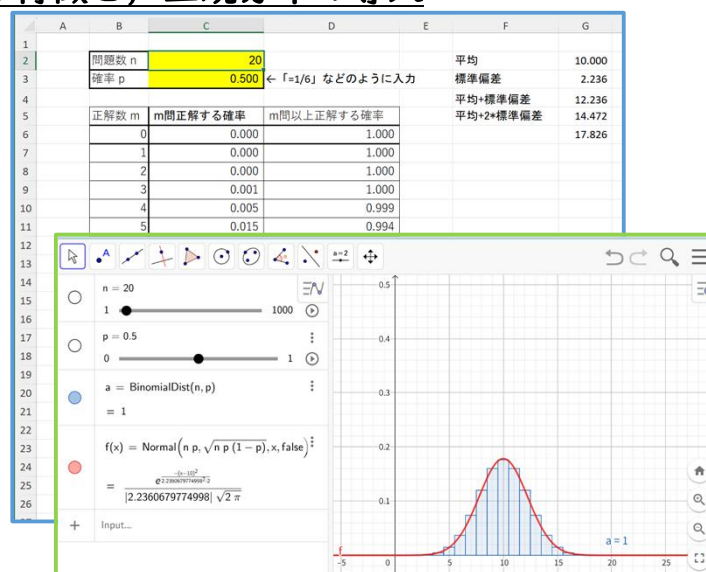
二項分布

- ・表計算で計算
- ※実験結果と比較

- ・確率をヒストグラムで提示

正規分布

→二項分布の近似として「定義」



25

25

〔補足 授業教材〕（内容は配布資料参照）

【3（2）】二項分布の特徴と、正規分布の導入

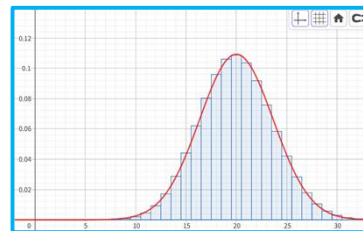
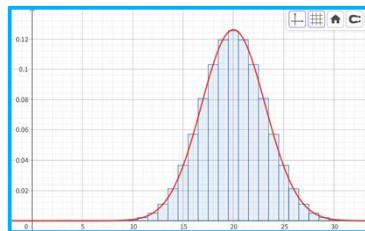
〔2コマ目〕二項分布・正規分布を理解する問い →GeoGebra利用

- ① $B(40, 1/2) \doteq N(20, 10)$ と $B(60, 1/3) \doteq N(20, 40/3)$

どちらが高い山？ 予想してから GeoGebra で確認。

→正規分布 「分散が小さいほうが、『高くて狭い山』」。

※後々「母平均の推定 標本数を大きくすれば…」。



26

26

〔補足 授業教材〕（内容は配布資料参照）

【3（2）】二項分布の特徴と、正規分布の導入

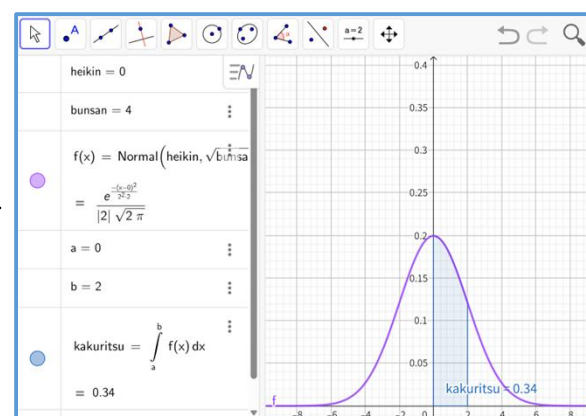
〔2コマ目〕二項分布・正規分布を理解する問い →GeoGebra利用

- ② $N(0, 1)$ では $P(0 < X < 1) = 0.34$
 $N(0, 4)$ では $P(0 < X < \blacksquare) = 0.34$
 $N(0, 9)$ では $P(0 < X < \blacksquare) = 0.34$
 $N(0, 100)$ では $P(0 < X < \blacksquare) = 0.34$

それぞれ $\blacksquare$ を

GeoGebraで読み取ろう

→標準化の定義・意義へ



27

27

〔補足 授業教材〕（内容は配布資料参照）

【3 (4)】母平均の推定

ランダムに数を5つ選ぶ (0以上20以下)

0以上20以下の自然数から、ランダムに数字を5つ選んで下さい。 (思いついた順に、)

1個人入力することによって送信してください。

ekuda_uu@g.torikiyo.ed.jp アカウトを切り替える

* 必須の質問です

メール *

☐ 返信に表示するメールアドレスとして ekuda_uu@g.torikiyo.ed.jp を記録する

※0以上20以下の自然数 半角数字で入力！ *

回答を入力

この入力は何回目？ *

☐ 1回目
☐ 2回目
☐ 3回目
☐ 4回目
☐ 5回目

送信

フォームをクリア

Google フォームではパスワードを送信しないでください。

このフォームは 熊倉池児童遊園会 内部で作成されました。 [ここから編集](#)

Google フォーム

28

28

〔補足 授業教材〕（内容は配布資料参照）

【3（5）】仮説検定（生徒の記述含む）

[illegible]

対立仮説 $H_1: \mu < 2$ は不良品である。
 帰無仮説 $H_0: \mu \geq 2$ は合格品である。
 公平であるとき、120回投げたとき、50%の確率で合格品、50%の確率で不良品である。
 120回大きいとき、 X は正規分布 $N(20, \frac{80}{3})$ に従う。
 標準化 $Z = \frac{X-20}{\sqrt{\frac{80}{3}}}$ とすると $Z \sim N(0,1)$ に従う。

$$P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 2\Phi(1.96) - 2\Phi(-1.96) = 2 \cdot 0.97500 = 0.95000$$

$$-1.96 \leq \frac{X-20}{\sqrt{\frac{80}{3}}} \leq 1.96$$

$$-1.96 \cdot \sqrt{\frac{80}{3}} \leq X-20 \leq 1.96 \cdot \sqrt{\frac{80}{3}}$$

$$-8.00166493 \leq X-20 \leq 8.00166493$$

$$11.99833507 \leq X \leq 28.00166493 \quad \uparrow +20$$

$$12.0 \leq X \leq 28.0$$

$$\therefore P(12 \leq X \leq 28) = 0.95000$$

$$X = 11$$
 は $12 \leq X \leq 28$ に含まれない。

$$\therefore X = 11$$
 は最も P 値に入らず。
 「合格品である」という帰無仮説は棄却された。

$$\therefore \mu < 2$$
 である。
 したがって不良品であると判断される。(答)

29

29

統計の概念を習得するための授業実践事例 ～授業ごとに素朴な実験やICT利用を積み重ねて～

鳥取県立米子西高等学校 指導教諭 奥田 俊一郎

1 はじめに

「統計的な推測」の単元の指導は難しい。教えたことは明確であり、生徒も取り組む課題には興味を持ちやすいのだが、その一方で、その解決に至るまでに、天下り的に、生徒に信じてもらわなければならない内容が多いのである。

学習指導要領では、この単元の「内容の取扱い」として次のように示されている。

(2) 統計的な推測

統計的な推測について、数学的活動を通して、その有用性を認識するとともに次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 標本調査の考え方について理解を深めること。

(イ) 確率変数と確率分布について理解すること。

(ウ) 二項分布と正規分布の性質や特徴について理解すること。

(エ) 正規分布を用いた区間推定及び仮説検定の方法を理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 確率分布や標本分布の特徴を、確率変数の平均、分散、標準偏差などを用いて考察すること。

(イ) 目的に応じて標本調査を設計し、収集したデータを基にコンピュータなどの情報機器を用いて処理するなどして、母集団の特徴や傾向を推測し判断するとともに、標本調査の方法や結果を批判的に考察すること。

〔用語・記号〕 信頼区間、有意水準

そして、例えば次のような問いを解決できることが期待されている。

「あるさいころを400回投げたら、1の目が出た回数は70回であった。この結果から『このさいころで1の目が出る確率は $\frac{1}{6}$ でない』と判断できるか。」（東京書籍「数学B Standard」）

他にも、平均身長や政党支持率の信頼区間を求めるなど、生徒にとって意図が明確で面白い問いが多い。

しかし、それを統計的に判断して解決するまでには、生徒は定義や概念の難しさを乗り越えなければならない。例えば、教科書（数研出版「高等学校 数学B」）には次のような記述がある。

① m を実数、 σ を正の実数とする。このとき、関数

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

は、連続型確率変数 X の確率密度関数となることが知られている。このとき、 X は正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うという。ここで、 e は無理数の定数で、 $e=2.71828\cdots$ である。

② $q=1-p$ とする。
二項分布 $B(n, p)$ に従う確率変数 X は、 n が大きいとき、近似的に正規分布 $N(np, npq)$ に従う。

③ 母平均 m 、母標準偏差 σ の母集団から抽出された大きさ n の無作為標本について、標本平均 $\bar{X}$ は、 n が大きいとき、近似的に正規分布 $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ に従うとみなすことができる。

④ e とは何ものか、 $f(x)$ のグラフがなぜあの形かをどう教えればよいのだろう。一方、「正規分布曲線はこんな形」とだけ伝えて終わるのとはばかられる。

⑤ 正規分布は上記①のように定義されるので、グラフの比較を見て信じるしかない。実際、教科書には「この図から、二項分布のグラフの形は、 n が大きくなるにつれて正規分布曲線に近づくことが予想される。また、実際にそうなることが知られている。」と記述されている。

⑥ 「大きいとき…みなすことができる」は他にも見られる。「大きい」はどのくらいからを大きいとするのか、それはなぜか、など考えるところが多い。

他にも、致し方ないが、教科書は全体的に「～となることが知られている」の記述が散見される。授業者としては、これらの内容を生徒に信じてもらわねばならない。教科書を読み進める時間も限られるので、なおさらである。ところが、度を越えようと、授業者は定義や概念を生徒に「おしつけ」て、生徒は表面的な理解に終始してしまうことにもなりかねない。そして、この「おしつけ」が続けば、生徒が自ら批判的に考察することや、実際場面で活用できるほどの主体性をもつことは難しい。

このことを周囲の授業担当者どうしで危惧していた。

そこで、ねらいを「生徒が教科書にある統計の概念を実感をもって理解し習得する」と定め、本単元の学習を進めていくことにした。

本稿では、このねらいを達成するため、毎時間の授業でどのような授業づくりを考え、具体的にどのような実践を行ったかを報告する。カギは素朴な実験とICTの利用である。

2 授業づくり

ねらいを達成するため、以下のような考え方に沿って、1 コマごとの授業をつくった。

- (1) その授業において習得を目指す教科書の概念を見据え、そこにつながる素朴な実験をし、その結果の考察をして、まとめにつなげる。これらが1 コマの中で完結するように留意する。

(2) 実験では、意欲を喚起するため、生徒たちにその場でデータを作らせ、全体で多くのデータを収集し、考察につながるようにする。

意図や留意点は、以下のとおりである。

- (ア) 実験を取り入れることを考えたのは、実験を通して生徒の学習意欲を喚起するためである。また、実験によって「教科書は、そもそも何をしようとしているのか？」を実感すること、「自分ごと」として結果を考察することで表面的な理解ではないように概念の理解や習得につなげることもねらった。

さらに、授業ごとに実験を行うことで、単元全体を通して、批判的に考察する力や態度の育成、さらに社会場面でも主体的に取り組めるようになることを期待した。

- (イ) あくまで、実験を通じての概念（教科書の内容）の理解や習得が目的である。そのため、授業は「実験→考察→まとめ→概念理解」の流れで、これを1 コマで完結させるようにした。

特に、実験は1 コマの前半で完結させ、後半で教科書の内容理解につながるようにした。

そのため、実験はなるべく素朴なものとし、結果の集計は ICT 利用で迅速に行うことにした。

- (ウ) 実験では、生徒たちが、データを「その場で作り」、「その場で集め」、「その場で考察する」ことにこだわった。これも、習得したい内容を明確にしつつ、学習意欲を喚起し、「自分ごと」として「実感」させるためである。

「その場」でデータ収集や実験結果を提示するためには、即時性に優れる ICT の利用、特に生徒のもつ一人一台端末の利用は必然であると考えた。（本校は、生徒に Chromebook を持たせており、Google Classroom を活用している。数学の授業では、必要に応じてアプリ GeoGebra を活用している。）

3 実践事例

授業実践事例を紹介する。これらは、昨年度、一昨年度に勤務校の2 年次生に行った授業である。

- (1) 二項分布の定義と、仮説検定での有意水準の意味

[ねらい] 二項分布の定義を理解する。また、二項分布の計算結果を通して有意水準の意味を理解する。このことを通して、本単元で学ぶ内容についての見通しをもつ。

- ①生徒に次を問う。

「選択肢2つの問いが5問あるテストをする。5問ともとても難しいので、回答者は諦めてそれをランダムに（当てずっぽうに）答えることにした。このクラス全員がランダムに回答するとしたら、5問全問正解する人は何人いるか。」

結果を直感的に予想させる。さらに「選択肢を3つで10問に変えた場合はどうか。最高何問正解が何人か。正解数の最頻値は何問のところで何人か。」についても予想させる。

- ②生徒（22人）は、回答者として実際に取り組みランダムに回答する（実験であるので1人で複数回回答を送信させることで、母数を多くする）。回答を Google Forms で送信させ、「正解発表」を行った直後に、正解数ごとの度数分布を表示することで、結果を全体で共有する。

@実験結果は次の通り。

（選択肢2つで5問）

正解数	0	1	2	3	4	5	計
回答数	1	14	57	55	14	5	146

（選択肢3つで10問）

正解数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	計
回答数	11	11	14	24	29	12	3	1	0	0	0	105

- ③「この結果は数学的に正解数を予測できるものだったかどうか」を問い、確率を求める式を立てたうえで、二項分布の定義へつなげる。合わせて、「選択肢3つで10問正解」は「かなり難しい」ということを、実験での感覚と二項分布の計算（表計算による）との両面から実感させる。

- ④「ある1枚のコインを40回投げる。公正なコインであるならば（）回以上は表が出づらいつと判断する。」の（）にあてはまる数を、表計算による計算結果を踏まえて考えさせる。②の「かなり難しい」の感覚を大切にしながら進め、有意水準の意義を説明する（数学Ⅰの学習の復習も含む）。このことを通して、本単元で学ぶ内容の見通しをもたせる。

- (2) 二項分布の特徴と、正規分布の導入

[ねらい] 正規分布を二項分布の近似として「定義」し、正規分布曲線の意味や特徴、確率変数の標準化の意味を理解する。

[1 コマ目]

- ①生徒に次を問う。

「さいころを何回か投げて、偶数の目の出た回数を数える。次の(ア)と(イ)の確率はどちらが大きいのか、または、同じか。異なるならば、どれくらい違いがあるか。」

(ア)さいころを5回投げて、偶数の目が4回以上出る。

(イ)さいころを20回投げて、偶数の目が16回以上出る。」

このことについて予想を立てる。

@「(ア)と(イ)の確率は同程度」と予想する生徒が多数.

- ②班ごとに実際にさいころを投げて複数回実験する.
(40 人を 10 班に分けている.)

実験結果を Google Forms で回答させる. この結果をクラス全体で集約し, 共有する.

@実験結果は次の通り.

(ア)「5 回中 4 回以上」は割合 $\frac{5}{22} \approx 22.7\%$

偶数の回数	0	1	2	3	4	5	計
回答数	0	2	6	9	5	0	22

(イ)「20 回中 16 回以上」は割合 0

(その他の偶数の回数は, 回答数 0)

偶数の回数	8	9	10	11	12	13	計
回答数	2	5	7	5	4	1	24

「(ア)と(イ)の確率は同程度」と予想する生徒が多数だったこともあり, 結果で大差がついたことに驚く生徒が多かった.

- ③二項分布の定義を振り返らせながら, さいころを 5 回投げた場合については手計算で, 20 回投げた場合については表計算ソフトを用いた計算でそれぞれ確率を求め, ②の実験結果が類似したものであることを確認させる.

@ (ア) について「5 回中 4 回以上」の確率は,

$${}_5C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right) + {}_5C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{3}{16} = 18.75\% \text{ である.}$$

(イ) について「20 回中 16 回以上」の確率は, 表計算ソフトの結果では 0.6% であった.

- ④確率変数「さいころを 20 回投げたときの偶数の目が出る回数」について, GeoGebra を利用してグラフ (ヒストグラム) として表し, ここまでの実験結果や計算結果と照合する. その上で, 正規分布を説明し, 正規分布曲線の山の形などの特徴をおさえた.

[2 コマ目]

- ①前時に学んだことを振り返り, 正規分布曲線は「平均に関して左右対称」であることを確認した上で,

「二項分布 $B\left(40, \frac{1}{2}\right)$ と $B\left(60, \frac{1}{3}\right)$ はどちらが『高くて狭い山』になるか.」を問う. GeoGebra のグラフや分散の値などから結論づけさせた. さらに, 「二項分布での確率を求めるには, 二項分布を正規分布と近似してグラフをかき, 面積として求める」ということを学んだ.

@「分散が小さいほうが『高くて狭い山』になる」と結論づけ, 後々の「母平均の推定では, 標本数の大きいほうがよい推定になる」につなげる.

- ②「GeoGebra を利用する. 確率変数 X が標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うとき確率 $P(0 \leq X \leq 1) \approx 0.34$ であることを確認し, $N(0, 4)$, $N(0, 9)$, $N(0, 100)$ のそれぞれについて $P(0 \leq X \leq a) \approx 0.34$ となる a を求めよ.」に取り組む. それぞれ $a=2$, $a=3$, $a=10$ であること

を GeoGebra から読み取り, 確率変数の標準化の定義, 意義を知る.

- ③どのような正規分布においても, 標準化により標準正規分布に帰着し, 正規分布表を利用して確率を求められることを学ぶ.

- (3) 標本平均の分布と, 母平均の推定へ

[ねらい] 標本平均を考えることが母平均の推定につながることを理解する. 合わせて, 生徒にとって理解しづらい「標本平均の平均」や, 標本平均の分布に関する公式などを理解する.

- ①授業者で「13 のカード 4 枚, 17 のカード 4 枚」が入った袋を用意する. 生徒たちには中身は明かさない.

各班に袋を配布し, 次を指示する. (24 人を 7 班に分けている.)

「袋の中のカードの数の平均を推測しよう.

ア 袋の中から無作為にカードを 1 枚選び, 数を記録して袋に戻す. これを 4 回繰り返す.

イ 4 個の数の平均を計算し, Google Forms で回答する.

ウ これを繰り返す.」

- ②クラス全体で結果を集約し, 結果をヒストグラムにして提示する.

@実験結果は次の通り.

標本平均	13	14	15	16	17	計
回答数	0	4	9	4	1	18

- ③袋の中身を見て母平均が 15 であること, そして, 実験結果の分布が「母平均 15 を中心」に集まっていることを確認する. 合わせて, ①に沿って「母集団, 母平均, 標本, 復元抽出と非復元抽出, 標本平均 (の分布)」などの用語をまとめる.

- ④生徒に次を問う. 「標本平均 $\approx$ 母平均と考えられるが, 母平均をより正確に推測するには, どのようにすればよいか.」

@意図通り, 生徒たちから「標本を大きくする」があがった.

- ⑤計算し易さのため, カードを「2 のカード 100 枚, 6 のカード 100 枚」に変更したうえで, 標本の大きさが 1, 2, 3, 4 の場合について, 標本平均の分布, 平均, 分散, 標準偏差を手計算で求める.

- ⑥⑤を踏まえながら, 標本平均の平均や分散の公式, すなわち, 母平均 m , 母標準偏差 σ に対し, 大きさ n の無作為標本を復元抽出するときの標本平均 $\bar{X}$ の平均は $E(\bar{X}) = m$, 分散は $V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$ であることをまとめる.

さらに, 標本平均の分布 (グラフ) を比較したり, この公式を通して, 「(中心極限定理により) 標本数を大きくすると標本平均の分布は母平均を中心とした山 (正規分布) に近似できるのだが, その山は, 標本を大きくするほど, 『低くて広い山』から『高

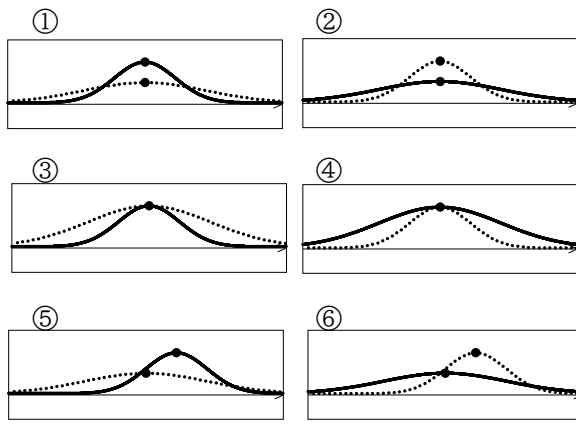
くて狭い山』になっていく」ことを理解し、「母平均は、大きな標本での標本平均により推定できる」ことを実感と公式の両面から納得する。（次時以降は、これに基づいて母平均の推定を学んだ。）

@別のクラスでは「標本平均の平均」の理解を目指すことを主として、袋の中身を「2のカードを8枚、6のカードを8枚」として中身も明かした状態として、同様の実験を行い、公式のまとめまで進めた。

@この授業の内容の理解を確かめるため、単元末に以下の問題に取り組ませた。

ある母集団から抽出された天引き n の標本平均 $\bar{X}$ の分布は、 n が大きければ正規分布とみなしてよい。

標本の大きさが n のときの $\bar{X}$ の正規分布曲線（点線）と、それよりさらに標本の大きさが大きいときの $\bar{X}$ の正規分布曲線（実線）を同じ座標に表したとき、次の中で起こり得るものをすべて選び記号で答えよ。なお、最大値をとる点に・を付けている。



正解は①のみである。残念ながら 21 名のうち正解者はゼロ名であり、「①、⑤」や「①、③、⑤」を選ぶ誤答が多かった。理由も記述させたのだが「標本が大きくなると分散が小さくなるので山が高くなるから」が多く見られた。分散に言及できたことは立派であったが、標本平均の平均と分散を統合的に理解させることを意識して指導すべきだったと反省した。

(4) 母平均の推定

[ねらい] 母平均の推定を実際に行う。その推定を通して、より良い推定の方法を考えることを通して、PPDAC サイクルの一端を実感する。

①生徒に次を問う。

「前の時間までに、0 以上 20 以下の整数からランダムに 5 つの数を選んでもらい、これを、生徒 80 人分で 400 個の数を集めてある。これら 400 個の数は、0 以上 20 以下の整数が偏りなく分布しているといえるだろうか。」偏りの有無を予想し、それを検証したいということを投げかける。

②まず、前時の復習として「400 個の数のうち、このクラス 20 人分の 100 個の数を用いて、全体の平均を推定する。」に取り組む。

@実際のデータは以下の通り。

(全体) 平均 8.478, 分散 35.034, 標準偏差 5.919

数	0	1	2	3	4	5	6
回答数	18	21	34	32	23	24	18

数	7	8	9	10	11	12	13
回答数	37	22	22	10	17	17	16

数	14	15	16	17	18	19	20	計
回答数	12	7	6	18	11	19	16	400

(うち 20 人) 平均 9.610, 分散 42.658, 標準偏差 6.531

数	0	1	2	3	4	5	6
回答数	7	5	6	7	5	4	3

数	7	8	9	10	11	12	13
回答数	6	6	3	3	4	4	5

数	14	15	16	17	18	19	20	計
回答数	6	1	2	8	2	2	11	100

この 20 人で母平均 m を信頼度 95% で推定すると $8.450 \leq m \leq 10.770$ (母標準偏差利用)。確かに、母平均が推定できていることを確認できた。

③全体データを見ると「数の分布が偏っている」と対立仮説を立てられる。しかし、帰無仮説「偏りなく分布している」によれば母平均は 10 になるが、このクラス 20 人から集めてできる 100 個の数によって母平均を推定してみても（全体の 400 個での平均をみても）、この帰無仮説は棄却できず、対立仮説「偏っている」が正しいかどうか判断できない。ここまですら振り返り、検討の仕方についての課題点を挙げ、その改善策を考える。

@実際の授業では生徒から課題点などは挙がらなかった。そのため、授業者側が「偏りないことを示すには、個々の数字ごとに母比率を推定してみることを考えてもよい」や「このクラス 20 人のデータがそもそも無作為といえるのか」などを指摘した。

@授業について、①の解決と、②の母平均の推定とが混ざってしまったため、生徒たちにとって何をしているのか分からなくなったということが反省点である。授業展開の問題であった。

②の後で、「偏っているかどうか」を直感的に答えさせ、どうすれば全員で偏りなくデータを集められるのかを考えさせ、その後に「偏りが無いを説明するにはどう検証すればよいのか。しかも、全体でなく 20 人分のデータで検証できるかどうか。」を考えさせて授業を進めればよかったと考えている。

(5) 仮説検定

[ねらい] 仮説検定を学習した後に、実際にそれを行うことを通して、仮説検定の考え方への理解を深める。

①生徒に、復習として次を解決させる。

「あるさいころを 180 回投げたら、6 の目が 40 回だった。このさいころは不良品である（公平でない）と判断できるか。有意水準 5% として仮説検定せよ。また有意水準 3% であればどうか。」

①答：5% のときは「不良品であると判断できる」.
3% のときは「不良品であると判断できるとはいえない」.

②実際に、市販のさいころを各班に1つずつ渡す.

(24 人を7 班に分けている.)

「そのさいころが不良品であると疑っているのだが、不良品であると判断できるかどうか検討してほしい」と発問し、①にならって考察させる.

③例えば、ある班でさいころを投げたところ回数は以下の通りであった.

目の数	1	2	3	4	5	6	計
回数	15	20	25	23	11	26	120

この班は、仮説検定を回数の少ない5の目に着目して行い、不良品であると判断できるという結論を導いた.

別の班は、別のさいころにより収集した自分たちのデータから、「公平とも不良品とも判断できない」という結論を導いた.

④②は①の真似をするだけのように思えるのだが、生徒には易しいことではないことを改めて感じた. 生徒たちの活動を見ていて、どの目に着目するのだろうか、着目する目によって結論が変わり得ることに考えが至るのだろうか、帰無仮説が棄却されないときについて対立仮説は正しいとも間違いとも判断できないということが理解できるのだろうか、などを感じながら授業を進めた. 生徒の思考で留意すべきことは多い.

4 成果と課題

(1) 生徒は実験に興味をもって取り組み、結果を見て、素直に驚いたり、「なぜそうなるのかな?」と深く考えたりする様子も多く見られた. 教科書の文面のみでは伝わりづらい概念や考え方も把握しやすかったようだ. 意欲を喚起でき、ねらいとしていた概念を実感をもって理解し習得させることにはよい影響があったようだ. 一方、授業では詳細な部分、例えば、連続型確率変数の定義、片側検定の方法などには深く立ち入らずに進めたところもある. 生徒の状況によっては、詳細な部分にまで興味をもたせ、より深い理解につなげる手立てが必要だとも考えている.

(2) 1 コマごとに完結するので、次時での課題や発問を修正するなどして、生徒の習熟状況への臨機の対応をすることが可能だった. 一方1 コマごとであるため全体のストーリー性は薄れた. それを克服するために「単元を貫く課題」の作成が可能かどうか検討したい. 例えば、単元を貫く課題として「あるさいころを400 回投げたら、1の目が出た回数は70 回であった. この結果から『このさいころで1の目が出る確率は $\frac{1}{6}$ でな

い』と判断できるか.」(再掲、東京書籍「数学B Standard」))を設定し、単元を通して、生徒がこの課題に沿って1つずつ概念や考え方を習得していくことが可能かどうかを考えたい. もしそれが実現できるならば、「PPDACサイクルの生徒自身による獲得」や「算数・数学の学習過程のイメージ(学習指導要領解説)に沿った資質・能力の育成」にもつながるはずだと考える.

(3) (1) (2)に関連して、評価方法の設計や評価の実施は十分にできていない. 評価と指導の一体化の観点から必要だと考えており、今後の授業改善に向けた大きな課題である.

(4) 教材研究や教材作成等においては、校内や鳥取県立の高校で統計分野の指導に関心のある数学教諭とで事前や事後の研究協議を行った. 助言を仰いだり意見交換したりするなどし、これを通して全県での統計指導において高めあうことができた. (発表者は「鳥取県エキスパート教員制度」を利用して統計指導についての研究会を実施し(令和4年12月、令和5年8月)、そこで得た課題点などを改善する形でこれらの授業を実施した. また何回かの公開研究授業においては県内公立学校から毎回20名程度の有志の参観を得ることができており、事後には研究協議を行っている.)

謝辞

ここに挙げた題材や実践の多くは、現在やかつての同僚の先生方との協議などを通して数々の示唆を得て作成したものであり、指導いただいて深化させたものです. また、授業を受けた生徒たちからの学びを得て改良できたものもあります. 感謝申し上げます.

付記

この内容は「第107回全国算数・数学教育研究(石川)大会」(日本数学教育学会、2025年8月)の高等学校部会でも発表しました. 本資料は、その資料とほぼ同じです.

【2025年度統計関連学会連合大会プレイベント】
統計・データサイエンス力向上のための授業に係る
優秀事例表彰(公益財団法人統計情報研究開発センター)
2024年度受賞者記念講演会

(2025年9月7日(日)13:00~16:00

関西大学千里山キャンパス)

mail: okuda_su@g.torikyo.ed.jp